

BRÜCKENSCHALTUNGEN (BRÜ)

DANIEL DOLINSKY UND JOHANNES VRANA

INHALTSVERZEICHNIS

1. Versuchsaufbau	1
2. Auswertungen	2
2.1. Abgleichbedingungen	2
2.2. OHMsche Widerstände	2
2.3. OHMscher Widerstand der Spulen	7
2.4. Widerstand der Spulen	8
2.5. Widerstand des Kondensators	10

1 VERSUCHSAUFBAU

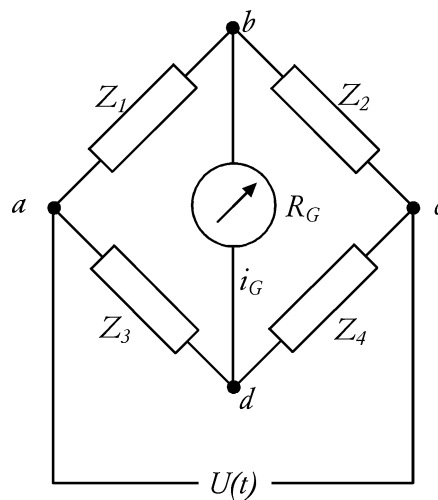


ABBILDUNG 1. Versuchsaufbau

Beschreibung: Obige Abbildung zeigt die sogenannte **Allgemeine Brückenschaltung**. Hier wird an die Punkte a und c eine Spannung (Gleich- oder Wechselspannung) angelegt. Der Strom i_G in der Brückendiagonalen zwischen b und d kann dann mit einem Meßgerät mit Innenwiderstand Z_G gemessen werden. Die Schaltung wird als abgeglichen bezeichnet wenn $i_G = 0$. Die jeweils vorgenommenen Abwandlungen (**Wheatstonesche Brücke** etc.) entsprechen in Aufbau und Bezeichnungen den Abbildungen der Versuchsanleitung.

2 AUSWERTUNGEN

2.1 Abgleichbedingungen

2.1.1 Kapazitiv.

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + i\omega C_1\right) \cdot \left(R_2 - \frac{i}{\omega C_2}\right)} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_4 = \frac{R_3 R_2}{R_1} + R_3 R_2 i\omega C_1 - \frac{i R_3}{\omega C_2 R_1} + R_3 \frac{C_1}{C_2}$$

Realteil:

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}$$

Imaginärteil:

$$R_2 R_1 = \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}$$

2.1.2 Induktiv.

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{i}{\omega L_1}\right) \cdot (R_2 + i\omega L_2)} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_4 = \frac{R_3 R_2}{R_1} + R_3 \frac{L_2}{L_1} - \frac{i R_2 R_3}{\omega L_1} + \frac{i\omega L_2 R_3}{R_1}$$

Realteil:

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{L_2}{L_1}$$

Imaginärteil:

$$R_2 R_1 = \omega^2 L_1 L_2$$

2.2 OHMSche Widerstände

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_2 = R_V$$

$$R_4 = R_H$$

$$R_3 = R_G - R_H$$

R_V : Vergleichswiderstand R_G : Gesamtwiderstand des Potentiometer R_H : Gemessener Widerstand des Potentiometer

$$\Rightarrow R_1 = \frac{R_G - R_H}{R_H} \cdot R_V = \frac{R_G \cdot R_V}{R_H} - R_V$$

$$f_{R_1} = \sqrt{\left(\frac{R_G \cdot R_V}{R_H}\right)^2 \cdot \left(1^2 \cdot \left(\frac{f_{R_G}}{R_G}\right)^2 + 1^2 \cdot \left(\frac{f_{R_V}}{R_V}\right)^2 + (-1)^2 \cdot \left(\frac{f_{R_H}}{R_H}\right)^2\right) + f_{R_V}^2}$$

2.2.1 *Widerstand des Schiebewiderstand bei $(0,5 \pm 0,05)$ V.*

R_V/Ω	R_H/Ω	R_1/Ω
$10 \pm 0,1$	$1,73 \pm 0,012$	568 ± 10
$30 \pm 0,6$	$4,88 \pm 0,015$	585 ± 14
$100 \pm 1,0$	$14,49 \pm 0,025$	590 ± 10

Der Meßfehler von R_H addiert sich aus dem linearen Fehler des HelipotTM-Potentiometer von 0,1% und dem Ablesefehler von 0,01 Ω .

$n = 3$

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^3 R_{Vi} = 581 \Omega$$

$$f_{R_1} = 14 \Omega$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{2}((-13)^2 + 4^2 + 9^2)} \\ &= 11,53 \\ &\approx 12 \end{aligned}$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,76 \Rightarrow u_s = 8,76 \approx 9$$

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{u_s^2 + f^2} = 16,42 \approx 17 \\ &\Rightarrow R_1 = (581 \pm 17) \Omega \end{aligned}$$

Der Meßfehler liegt bei ca. $\pm 3\%$, und die Meßwerte liegen alle innerhalb der Meßunsicherheit.

2.2.2 Widerstand der Glühbirne bei $(3 \pm 0,05)$ V.

R_V/Ω	R_H/Ω	R_1/Ω
$10 \pm 0,1$	$13,29 \pm 0,024$	$65,2 \pm 1,1$
$100 \pm 1,0$	$80,40 \pm 0,10$	$24,4 \pm 2,1$
200 ± 4	$90,78 \pm 0,11$	$20,3 \pm 2,7$

Der Meßfehler von R_H addiert sich aus dem linearen Fehler des HelipotTMPotentiometer von 0,1% und dem Ablesefehler von 0,01 Ω .

$$n = 3$$

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^3 R_{Vi} = 36,6 \Omega$$

$$f_{R_1} = 2,7 \Omega$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{2}(28,6^2 + (-12,2)^2 + (-16,3)^2)} \\ &= 24,82 \\ &\approx 25 \end{aligned}$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,76 \Rightarrow u_s = 18,86 \approx 19$$

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{u_s^2 + f^2} = 19,05 \approx 20 \\ &\Rightarrow R_1 = (37 \pm 20) \Omega \end{aligned}$$

Der Meßfehler liegt bei ca. $\pm 55\%$ und ist daher nicht mehr akzeptabel. Außerdem liegen nicht alle Werte innerhalb dieser Meßunsicherheit.

2.2.3 *Widerstand der Glühbirne bei unterschiedlichen Spannungen.*

$$\frac{I_{12}}{I_{Ges}} = \frac{R_H}{R_1 + R_V}$$

$$I_{12} = I_1 = I_V$$

$$I = U \cdot \left(\frac{1}{R_1 + R_V} + \frac{1}{R_G} \right)$$

$$I = I_1 \cdot \left(1 + \frac{R_1 + R_V}{R_G} \right)$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_V}$$

$$f_{I_1} = \frac{U}{R_1 + R_V} \cdot \sqrt{1^2 \cdot \left(\frac{f_U}{U} \right)^2 + (-1)^2 \cdot \frac{f_{R_1}^2 + f_{R_V}^2}{(R_1 + R_V)^2}}$$

U/V	R_H/Ω	R_1/Ω	I/A
$0,5 \pm 0,05$	$32,63 \pm 0,05$	$20,6 \pm 0,5$	$0,0163 \pm 0,0017$
$1,0 \pm 0,05$	$27,88 \pm 0,04$	$25,9 \pm 0,6$	$0,0279 \pm 0,0015$
$2,0 \pm 0,05$	$18,10 \pm 0,029$	$45,2 \pm 0,8$	$0,0362 \pm 0,0011$
$3,0 \pm 0,05$	$13,07 \pm 0,024$	$66,5 \pm 1,1$	$0,0392 \pm 0,0009$
$4,0 \pm 0,05$	$10,56 \pm 0,021$	$84,7 \pm 1,4$	$0,0422 \pm 0,0009$
$5,0 \pm 0,05$	$9,23 \pm 0,020$	$98,3 \pm 1,6$	$0,0462 \pm 0,0009$

ABBILDUNG 2. Verhalten des Widerstands der Glühbirne bei erhöhtem Stromfluß ($R_V = (10 \pm 0,1) \Omega$)

Bei geringem Stromfluß verhält sich die Glühbirne wie ein OHMScher Leiter (konstanter Widerstand), bei höherem Stromfluß erwärmt sich die Glühwendel, was eine Abbremsung des Elektronenflusses und ein starkes Ansteigen des Widerstands der Glühbirne nach sich zieht.

U/V	$R_V = (200 \pm 4) \Omega$		I/A
	R_H/Ω	R_1/Ω	
$0,5 \pm 0,05$	$91,03 \pm 0,11$	20 ± 4	$0,0023 \pm 0,0004$
$1,0 \pm 0,05$	$91,19 \pm 0,11$	19 ± 4	$0,0046 \pm 0,0008$
$2,0 \pm 0,05$	$91,02 \pm 0,11$	20 ± 4	$0,0091 \pm 0,0014$
$3,0 \pm 0,05$	$90,72 \pm 0,11$	20 ± 4	$0,0131 \pm 0,0020$
$4,0 \pm 0,05$	$90,23 \pm 0,11$	22 ± 4	$0,0180 \pm 0,0025$
$5,0 \pm 0,05$	$89,44 \pm 0,10$	24 ± 4	$0,0224 \pm 0,0029$

ABBILDUNG 3. Verhalten des Widerstands der Glühbirne bei erhöhtem Stromfluß ($R_V = (200 \pm 4) \Omega$)

2.3 OHMSCHER WIDERSTAND DER SPULEN

$$U = (0,5 \pm 0,05) \text{ V}$$

$$R_V = (10 \pm 0,1) \Omega$$

L/H	R_H/Ω	R_1/Ω
$0,0012 \pm 0,0001$	$97,44 \pm 0,01$	$0,26 \pm 0,18$
$0,0023 \pm 0,0001$	$94,67 \pm 0,01$	$0,56 \pm 0,20$

2.4 Widerstand der Spulen

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$\frac{i\omega L_1 + R_1}{i\omega L_2 + R_2 + R_V} = \frac{R_G - R_H}{R_H}$$

$$R_1 R_H + i\omega L_1 R_H = (R_G - R_H) i\omega L_2 + (R_G - R_H) \cdot (R_2 + R_V)$$

Realteil:

$$R_1 R_H = (R_G - R_H) \cdot (R_2 + R_V)$$

Imaginärteil:

$$L_1 R_H = L_2 R_G - L_2 R_H$$

$$L_1 = \frac{L_2 R_G}{R_H} - L_2$$

$$f_{L_1} = \sqrt{\left(\frac{L_2 R_G}{R_H}\right)^2 \cdot \left(1^2 \cdot \left(\frac{f_{L_2}}{L_2}\right)^2 + 1^2 \cdot \left(\frac{f_{R_G}}{R_G}\right)^2 + (-1)^2 \cdot \left(\frac{f_{R_H}}{R_H}\right)^2\right) + f_{L_2}^2}$$

2.4.1 Widerstand der Spule mit $L_2 = (0,0023 \pm 0,0001)$ H.

f /kHz	R_H/Ω	R_V/Ω
$15,05 \pm 0,02$	$35,85 \pm 0,01$	7 ± 1
$30,3 \pm 0,2$	$34,79 \pm 0,01$	3 ± 1
$45,1 \pm 0,2$	$34,42 \pm 0,01$	10 ± 1

$$n = 3$$

$$f_{R_H} = 0,01$$

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n R_{H_i} = 35,02 \Omega$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{2}(0,83^2 + (-0,23)^2 + (-0,60)^2)} \\ &= 0,742 \\ &\approx 0,8 \end{aligned}$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,76 \Rightarrow u_s = 0,564 \approx 0,6$$

$$f_{\overline{R_H}} = \sqrt{u_s^2 + f_{R_H}^2} = 0,564 \approx 0,6$$

$$\Rightarrow \overline{R_H} = (35,0 \pm 0,6) \Omega$$

$$L_1 = (0,0043 \pm 0,0004) \text{ H}$$

2.4.2 Induktivität der halben Spule.

Da

$$L = \mu A \frac{N^2}{l}$$

gilt, müßte die Induktivität, bei halber Windungszahl N , ein Viertel der Induktivität der ganzen Spule sein.

$$L_2 = \frac{L_1 \overline{R_H}}{R_G - \overline{R_H}}$$

$$f_{L_2} = \frac{L_1 \overline{R_H}}{R_G - \overline{R_H}} \cdot \sqrt{1^2 \cdot \left(\frac{f_{L_1}}{L_1}\right)^2 + 1^2 \cdot \left(\frac{f_{\overline{R_H}}}{\overline{R_H}}\right)^2 + (-1)^2 \cdot \frac{f_{R_G}^2 + f_{\overline{R_H}}^2}{(R_G - \overline{R_H})^2}}$$

f / kHz	R_H / Ω	R_V / Ω
$15,0 \pm 0,2$	$11,35 \pm 0,01$	$4,0 \pm 0,1$
$29,8 \pm 0,2$	$11,10 \pm 0,01$	$8,6 \pm 0,1$
$44,9 \pm 0,2$	$11,00 \pm 0,01$	$19,1 \pm 0,1$

$$n = 3$$

$$f_{R_H} = 0,01$$

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n R_{H_i} = 11,15 \Omega$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{1}{2}(0,2^2 + (-0,05)^2 + (-0,15)^2)} \\ &= 0,106 \\ &\approx 0,11 \end{aligned}$$

$$\frac{t}{\sqrt{n}} = 0,76 \Rightarrow u_s = 0,080 \approx 0,09$$

$$\begin{aligned} f_{\overline{R_H}} &= \sqrt{u_s^2 + f_{R_H}^2} = 0,081 \approx 0,09 \\ &\Rightarrow \overline{R_H} = (11,15 \pm 0,09) \Omega \end{aligned}$$

$$L_2 = (0,00054 \pm 0,00005) \text{ H} \approx \frac{L_{2\text{Ganz}}}{4}$$

2.5 Widerstand des Kondensators

$$\begin{aligned} \frac{Z_1}{Z_2} &= \frac{R_3}{R_4} \\ \frac{i\omega C_2}{i\omega C_1} &= \frac{R_G - R_H}{R_H} \\ \Rightarrow C_1 &= \frac{C_2 \overline{R_H}}{R_G - \overline{R_H}} \\ f_{C_1} &= \frac{\overline{R_H}}{R_G - \overline{R_H}} \cdot \sqrt{1^2 \cdot \left(\frac{f_{\overline{R_H}}}{R_H}\right)^2 + (-1)^2 \cdot \frac{f_{R_G}^2 + f_{\overline{R_H}}^2}{(R_G - \overline{R_H})^2}} \\ &\quad \begin{array}{cc} f / \text{kHz} & R_H / \Omega \\ 14,8 \pm 0,2 & 68,18 \pm 0,01 \\ 30,9 \pm 0,2 & 68,18 \pm 0,01 \\ 44,1 \pm 0,2 & 67,91 \pm 0,01 \end{array} \\ &\quad C_1 = 1 \mu\text{F} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= 3 \\ f_{R_H} &= 0,01 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n R_{H_i} &= 68,09 \Omega \\ s &= \sqrt{\frac{1}{2}(0,09^2 + 0,09^2 + (-0,18))} \\ &= 0,155 \\ &\approx 0,16 \\ \frac{t}{\sqrt{n}} &= 0,76 \Rightarrow u_s = 0,118 \approx 0,12 \\ f_{\overline{R_H}} &= \sqrt{u_s^2 + f_{R_H}^2} = 0,118 \approx 0,12 \\ \Rightarrow \overline{R_H} &= (68,09 \pm 0,12) \Omega \\ L_2 &= (2,13 \pm 0,07) \mu\text{F} \end{aligned}$$